OPUSC. PA-I. 337

VITTORIO MARIA NICCOLI

# CENNO SUI NUMERI POLIMORFI

48119/337
BIBLIOTECA DELLE FACOLTA' DI LETTERE E FILOSOFIA
TORINO
82482

TORINO
LITOGRAFIA VIRETTO
1946

PROPRIETÀ LETTERARIA
RISERVATA

ALL'ING. MARCO ROSSINI

§ 1. - DEFINIZIONE DI "NUMERO POLIMORFO" COME PRODOTTO DISGIUNTIVO DI m NUMERI DATI.

a) Chiamo "numero polimorfo" il prodotto disgiuntivo di m numeri reali o complessi $a_1, a_2, \ldots, a_m$ (tra cui suppongo in generale $a_i \neq a_j$) : così definendo, e indicando con la notazione

$$\overset{m}{A} = \ddot{\pi}(a_1 a_2 \cdots a_m),$$

un ente tale che siano verificate s i m u l t a n e a m e n t e le uguaglianze

$$(1) \qquad \overset{m}{A} = a_1, \quad \overset{m}{A} = a_2, \quad \ldots, \quad \overset{m}{A} = a_m.$$

Chiamo ciascuno $a_i$ tra gli m n u m e r i o r d i n a r î considerati, un "fenomeno" del

numero polimorfo $\overset{m}{A}$.

b) Séguita dalla definizione che il numero polimorfo $\overset{m}{A}$ non obbedisce in generale al principio d'identità; ossia, tranne il caso in cui siano verificate le uguaglianze $a_1 = a_2 = \ldots = a_m$, potrà aversi

$$(2_2) \qquad \overset{m}{A} \neq \overset{m}{A} .$$

NOTA 1a. - L'introduzione dei numeri polimorfi, in quanto essi offrono un primo esempio di enti matematici per i quali non vale il principio d'identità, ci ammonisce a non trasferire tale principio dalla categoria degli enti, per cui esso è valido, al concetto medesimo dell' uguaglianza, espresso dal simbolo = ; così come fece G. VAILATI allorché lo chiamò " proprietà riflessiva dell' uguaglianza". Sif-

fatto trasferimento sarebbe lecito ove la classe degli enti che obbediscono al detto principio comprendesse necessariamente tutto il pensabile, come in fatti il VAILATI doveva ritenere.

NOTA 2a- La $(2_2)$ non vale mai e s c l u s i v a m e n t e , ma <u>accanto ad essa vale sempre la</u>

$(2_1)$ $$\overset{m}{A} = \overset{m}{A}$$

<u>a l m e n o u n a v o l t a</u> .

§ 2. - DIFFERENZA TRA IL CONCETTO DI NUMERO POLIMORFO E IL CONCETTO DI VARIABILE NUMERICA , E TRA QUEL CONCETTO ED IL CONCETTO DI m- UPLA .

a) Una variabile numerica x non coincide senz'altro col proprio campo di variabilità (che può essere un insieme di valori discreti). Il simbolo x è un simbolo il cui contenuto rimane imprecisato, e può essere uno dei valori che costituiscono il suo campo di variabilità. Quando si scrive p. es. $x = 4$, si precisa tale contenuto come quel contenuto che coincide col numero 4.

Il simbolo $\overset{m}{A}$ è invece pienamente precisato quanto al suo contenuto: e tale contenuto è ciascuno dei numeri $a_1, a_2, \ldots, a_m$.

b) x , essendo $x_1$, non è $x_2$, né $x_3$, ecc.

$\overset{m}{A}$ , essendo $a_1$, è altresì $a_2$, $a_3$, ..., $a_m$.

c) In una m-upla gli m numeri sono presi come un tutto, quindi come un u n o. Il contenuto è unico, ed è l'insieme di m numeri.

Nel caso di $\overset{m}{A}$ invece il contenuto è molteplice. Non è l'insieme ( $a_1$, $a_2$, ..., $a_m$) ; ma è $a_1$, e pure $a_2$, e pure $a_3$, ecc.

d) Tanto la variabile numerica che la m-upla obbediscono al principio d'identità. Ad esso invece, com'ho già fatto notare, si sottrae il numero polimorfo.

e) Dalle cose dette si può desumere il seguente prospetto comparativo :

| | |
|---|---|
| $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ | simbolo semplice avente contenuto semplice ; |
| $\overset{m}{A}$ | simbolo semplice avente contenuto multiplo ; |
| x | simbolo multiplo avente contenuto multiplo . |

§ 3. - "PENUGUAGLIANZA" DI UN NUMERO POLIMORFO CON SE' STESSO.

a) Supposto che i numeri $a_i$ siano tutti diversi fra loro, $\overset{m}{A}$ può essere confrontato

con sé medesimo o mantenendo nel confronto costante il fenomeno, nel qual caso rimane verificata la $(2_1)$; ovvero facendolo variare, nel qual'ultimo caso vale $m - 1$ volte la $(2_2)$ (per ciascuna volta in cui vale la $(2_1)$ ). Dico allora che $\overset{m}{A}$ è "penuguale" con sé stesso secondo il modulo $\frac{1}{m}$ ("modulo di penuguaglianza"); o pure che $\overset{m}{A}$ è parzialmente uguale a sé stesso, essendo $\frac{1}{m}$ l'intensità dell'uguaglianza, - intensità che è sempre $\leq 1$, l'estremo essendo verificato nel caso dell' identità assoluta o identità nel senso ordinario.

b) Nel caso generale i fenomeni $a_1, a_2, \ldots a_m$ del numero polimorfo $\overset{m}{A}$ potranno ripartirsi in $p$ gruppi ciascuno composto di termini uguali fra loro, differendo due gruppi pei rispettivi valori numerici rappresentati (*).

---

(*) Nel caso del § precedente si aveva $p = m$.

Siano in numero di $m_u$ i termini componenti l' u-esimo dei gruppi così formati. Sarà ovviamente

$$(3) \qquad \sum_{u=1}^{p} m_u = m \,.$$

Ora $\overset{m}{A}$ può essere confrontato con sé stesso per mezzo di $m^2$ coppie di fenomeni, delle quali $m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_p^2$ formate ciascuna da elementi uguali ( coppie e q u i c o m p o s t e ) . Pertanto la $(2_1)$ varrà

$$\sum_{u=1}^{p} m_u^2 = \mu^2$$

volte, mentre la $(2_2)$ varrà $m^2 - \mu^2$ volte. P e r i n t e n s i t à d ' u g u a g l i a n z a d i $\overset{m}{A}$ c o n s é s t e s s o d e v e i n t e n d e r s i l a q u a n t i t à

$$(4) \qquad I = \left(\frac{\mu}{m}\right)^2 .$$

Introducendo in guisa analoga un'intensità di disuguaglianza, data da

$$(5) \qquad K = \frac{1}{m} \left( m^2 - \mu^2 \right),$$

si ha immediatamente

$$(6) \qquad I + K = 1 .$$

OSSERVIAMO che per $p = m$ si ha $\mu^2 = m$, e quindi $I = \frac{1}{m}$, in accordo col § precedente.

§ 4. - PENUGUAGLIANZA DI DUE NUMERI POLIMORFI TRA LORO.

Considerati ora due numeri polimorfi $\overset{m}{A} = \dot{\pi}( a_1 a_2 \dots a_m)$ e $\overset{n}{B} = \dot{\pi}( b_1 b_2 \dots b_n)$, ci

proponiamo di stabilire quale relazione d'uguaglianza o disuguaglianza interceda fra essi.

Come dianzi, ripartiamo l'insieme delle $a_i$ in $p$ gruppi, rappresentati rispettivamente dai valori (distinti) $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p$; e analogamente ripartiamo l'insieme delle $b_j$ in $q$ gruppi, coi rispettivi valori $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_q$. Potrà accadere che taluni numeri $\gamma$ siano uguali a taluni rispettivi numeri $\delta$; ossia poniamo

$$(7) \qquad \gamma_{i_1} = \delta_{j_1}, \quad \gamma_{i_2} = \delta_{j_2}, \quad \dots, \quad \gamma_{i_h} = \delta_{j_h},$$

$i_1, i_2, \dots, i_h$ (e del pari $j_1, j_2, \dots, j_h$) essendo $h$ indici diversi ($h \leq d$, se $d$ è il più piccolo dei due numeri $p$, $q$).

Se ad $m_{i_t}$ delle $a_i$ compete il valore $\gamma_{i_t}$, ed a $n_{j_t}$ delle $b_j$ compete il valore $\delta_{j_t}$; il numero delle coppie equicomposte che si pos-

sono formare coi fenomeni dei due numeri polimorfi considerati prendendo ogni volta un fenomeno del primo ed uno del secondo, - tale numero è dato da

$$\sum_{t=1}^{h} m_{i_t} n_{j_t} = \nu^2,$$

mentre il numero totale delle coppie, che possono formarsi nella guisa che ho detto, è = mn.

In tal caso è logico parlare di un' u g u a g l i a n z a p a r z i a l e fra i due numeri polimorfi $\overset{m}{A}$, $\overset{n}{B}$, e attribuire ad essa l'intensità

(8) $$J = \left(\frac{\nu}{\sqrt{mn}}\right)^2$$

( m o d u l o d e l l a p e n u g u a - g l i a n z a e s i s t e n t e t r a $\overset{m}{A}$ e $\overset{n}{B}$ ).

Potrà altresì essere considerata un'intensità di disuguaglianza

$$(9) \qquad L = \frac{1}{mn}\,(mn - \nu^2),$$

e si osserverà tosto che

$$(10) \qquad J + L = 1.$$

E' facile vedere che

$$(11) \qquad 0 \leq J \leq 1.$$

Difatti si ha

$$\sum_{t=1}^{h} m_{i_t} n_{j_t} \leq \sum_{t=1}^{h} m_{i_t} \cdot \sum_{t=1}^{h} n_{j_t} \leq$$

$$\sum_{u=1}^{p} m_u \cdot \sum_{v=1}^{q} n_v = mn\ ,$$

il che mostra che $J \leq 1$. Essendo poi ovviamente $J \geq 0$, segue la (11).

Si ha $J = 1$ (uguaglianza assoluta )

quando $h = 1$, e inoltre $m_{i_1} = m$, $n_{j_1} = n$ : cioè quando per ognuno dei due numeri polimorfi è $I = 1$, e coincidono i due valori che rispettivamente nell'uno e nell'altro di essi rappresentano il comune valore dei fenomeni.

## § 5. - ALCUNI ESEMPI.

a) I numeri 3, 1, 2, 1, 8 possono ripartirsi così, in guisa da rappresentare ( quattro ) valori tutti distinti :

3

1, 1

2

8

Riferendoci alle notazioni del § 3, abbiamo $p = 4$ ; $m_1 = m_3 = m_4 = 1$ , $m_2 = 2$, e per tanto

$$\sum m_u^2 = 7 .$$

Abbiamo inoltre $m^2 = 25$. Ne deduciamo che il prodotto disgiuntivo dei cinque numeri considerati è penuguale a sé stesso secondo il modulo $\frac{7}{25}$ .

b) Sia $\overset{2}{A} = \dot{\pi}(1, 2)$; $\overset{3}{B} = \dot{\pi}(1, 3, 4)$. Cerchiamo l'intensità della disuguaglianza fra $\overset{2}{A}$ e $\overset{3}{B}$ .

Qui $h = 1$; $m_{i_1} = n_{j_1} = 1$; $m = 2$, $n = 3$ . Ne segue $\nu^2 = 1$, e però $L = \frac{5}{6}$ .

§ 6. - UN' OSSERVAZIONE RELATIVA ALLA DISUGUAGLIANZA.

. Nelle coppie non equicomposte alle quali può dar luogo il confronto tra due prodotti

disgiuntivi $A^m$, $B^n$, il termine appartenente al prodotto $A^m$ potrà essere maggiore ovvero minore del termine appartenente al prodotto $B^n$. In base al computo dei casi in cui sono verificate l'una o rispettivamente l'altra delle due eventualità, e per rapporto al numero complessivo delle coppie considerate (ossia delle coppie non equicomposte); possono essere definite un' intensità di maggioranza e un' intensità di minoranza di $A^m$ rispetto a $B^n$. Le intensità così definite saranno intensità relative, dalle quali si otterranno le intensità assolute moltiplicandole per L.

## § 7. - OPERAZIONI FONDAMENTALI. - PRODOTTO DISGIUNTIVO DI DUE O PIU' NUMERI POLIMORFI.

a) Le operazioni di **addizione**, **sottrazione**, **moltiplicazione** e **divisione**, come pure le operazioni che da esse derivano (quali elevazione a potenza, ecc.), si trasportano in modo ovvio dal campo dei numeri ordinarî al campo dei numeri polimorfi. Somma dei due numeri polimorfi $\overset{m}{A} = \dot{\pi}( a_1 a_2 \dots a_m)$ , $\overset{n}{B} = \dot{\pi}(b_1 b_2 \dots b_n)$ è il numero polimorfo il cui fenomeno generico è dato da $a_i + b_j$ ; numero i cui fenomeni sono dunque in numero di $mn$ . In modo analogo si definiscono le altre operazioni, e si estendono a un numero qualsiasi di numeri polimorfi .

Se nel campo polimorfo si stabiliscono le su dette operazioni desumendole dalle corrispondenti operazioni nel campo ordinario; non si può

però dire che esse conservino le loro proprietà essenziali passando da questo a quel campo. Difatti, come potrebbe valere p. es. l' equazione

$$A + B + C = (A+B)+C,$$

se non vale, generalmente, né pure la

$$A + B + C = A + B + C \quad ?$$

Tuttavia, se ci accontentiamo di chiamare proprietà associativa la proprietà per cui l'insieme dei fenomeni di $A + B + C$ può essere posto con l'insieme dei fenomeni di $(A+B) + C$ in corrispondenza biunivoca in modo che due elementi corrispondenti siano sempre uguali; allora possiamo continuare a parlare di una proprietà associativa nel campo polimorfo. Ed analogamente per le altre proprietà, e per qualunque operazione.

b) Accanto alle operazioni ordinarie, ora mentovate, importa considerare il p r o d o t t o d i s g i u n t i v o d i d u e o p i ù n u m e r i p o l i m o r f i . Tale prodotto definisco mediante l'equazione

$$(12) \qquad \dot{\pi}\,(\overset{m}{A}\,\overset{n}{B}) = \dot{\pi}\,(a_1\,a_2\,..\,a_m\,b_1\,b_2\,..\,b_n)$$

nel caso di due numeri polimorfi, ed in guisa perfettamente analoga se i numeri sono più di due. In particolare chiamo p o t e n z a M - e s i m a d i s g i u n t i v a d i $\overset{m}{A}$, e denoto col simbolo $\overset{m}{A}^{(M)}$ il prodotto

$$\dot{\pi}\,(\overset{m}{A}\,\overset{m}{A}\,....\,\overset{m}{A})$$

dove il simbolo $\overset{m}{A}$ è ripetuto M volte.

NOTA 1a. - Nel caso della potenza M-esima ordinaria di $\overset{m}{A}$, il fenomeno generico della

medesima può essere del tipo

$$a_{i_1}^{\alpha_1} a_{i_2}^{\alpha_2} \dots a_{i_x}^{\alpha_x} \qquad (\sum \alpha_n = M)$$

ovvero del tipo

$$a_i^M .$$

Chiamo <u>inclusiva</u> la potenza $\overset{m}{A}{}^M$ nella prima forma, <u>esclusiva</u> nella seconda forma. Se $M = m$, e inoltre $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_x = 1$, la potenza inclusiva è una potenza <u>perfetta</u>.

NOTA 2a. - In ciò che ho detto in questo § è implicita la considerazione della somma, differenza, ecc. fra numeri polimorfi e numeri ordinarî; poiché in questa teoria un numero ordinario è considerato come un particolarissimo numero polimorfo, avente un unico fenomeno (numero polimorfo d e g e n e r e ).

## § 8. - RICERCA DELLA I NEL NUMERO POLIMORFO RISULTANTE DA UN'OPERAZIONE DI TIPO ORDINARIO TRA NUMERI POLIMORFI DATI.

a) Mi propongo ora di trovare l'intensita` dell'uguaglianza che ha con sé medesimo il numero polimorfo risultante da un'operazione di tipo ordinario (addizione, moltiplicazione , ecc.) tra due numeri polimorfi $\overset{m}{A}$ , $\overset{n}{B}$ . E poiché, com'è facile intendere, tale intensità deve essere la stessa qualunque sia l'operazione ch'io consideri ; lascerò questa affatto imprecisata, ed ove mi occorrerà denotarla userò il segno :: , che si potrà leggere "più", o pure "volte", ecc., indifferentemente.

Al solito, divido l'insieme $(a_1, a_2, \ldots a_m)$ in p gruppi con la condizione che due elementi siano uguali se appartenenti ad uno stesso gruppo, mentre differiscano se appartenenti a due

gruppi diversi. E col medesimo criterio divido l'insieme $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$ in q gruppi. Osservando ora che con l'associare, mediante l'operazione $::$, i fenomeni $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ con due fenomeni $b_x$, $b_y$, ottengo $2m$ fenomeni del numero polimorfo $\overset{m}{A} :: \overset{n}{B}$ i quali daranno luogo a $p$, ovvero a $2p$ gruppi, a seconda che sia $b_x = b_y$ o vero $b_x \neq b_y$; ed osservando che in quel primo caso gli elementi che compongono i varî gruppi saranno rispettivamente in numero di $2m_1, 2m_2, \ldots, 2m_p$; - un breve quanto ovvio ragionamento mi conduce a stabilire che i fenomrni del n. p. $\overset{m}{A} :: \overset{n}{B}$ saranno composti di $pq$ gruppi, a cui competeranno rispettivamente i numeri (di termini)

$$m_1 n_1 \quad m_1 n_2 \quad \ldots \quad m_1 n_q$$

$$m_2 n_1 \quad m_2 n_2 \quad \ldots \quad m_2 n_q$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$m_p n_1 \quad m_p n_2 \quad \ldots \quad m_p n_q .$$

Ne segue che la $\mu^2$ relativa ad $\overset{m}{A} :: \overset{n}{B}$ sarà data da

$$\mu^2_{A::B} = \sum_{u=1}^{p} m_u^2 \cdot \sum_{v=1}^{q} n_v^2 = \mu_A^2 \mu_B^2;$$

e quindi, essendo mn il numero complessivo dei fenomeni di $\overset{m}{A} :: \overset{n}{B}$, l'intensita' cercata sarà espressa da

$$I_{A::B} = \frac{\mu_A^2 \mu_B^2}{m^2 n^2} \qquad \frac{\mu_A^2}{m^2} \cdot \frac{\mu_B^2}{n^2},$$

ossia

(13) $$I_{A::B} = I_A \cdot I_B .$$

Come si vede (e si potrebbe anche rilevare direttamente), essa non dipende dall'intensità $J_{AB}$ dell'uguaglianza parziale che intercede fra $\overset{m}{A}$ e $\overset{n}{B}$.

b) Se, in luogo di considerare il risultato di una sola operazione, si vuole considerare il risultato di $M - 1$ operazioni consecutive tra numeri polimorfi ; si potrà procedere per gradi, applicando $M - 1$ volte il risultato conseguito nella sezione precedente , in virtù della proprietà di cui godono i due numeri polimorfi

$$X_1 :: X_2 :: \dots X_{n-1} :: X_n,$$

$$( X_1 :: X_2 :: \dots X_{n-1} ) :: X_n$$

di avere la medesima $I$ . Si troverà allora, per la $I$ del n. p. $A_1 :: A_2 :: \dots :: A_M$, il valore

$$I_{A_1 :: \dots A_M} = \prod_{k=1}^{M} I_{A_k} . \tag{14}$$

In particolare si ha $I_{MA}^{m} = I_{A^M}^{m} = I_{A}^{M}$ .

## § 9. - RICERCA DELLA I NEL PRODOTTO DISGIUNTIVO DI DUE NUMERI POLIMORFI ASSEGNATI.

Considerati due numeri polimorfi $\overset{m}{A}$, $\overset{n}{B}$ nelle condizioni del § 4, sì fatti quindi da verificare le (7), proponiamoci di calcolare la I relativa al loro prodotto disgiuntivo $\dot{\pi}(\overset{m\,n}{AB})$.

Se nessuna delle (7) valesse, avremmo $\mu^2_{\dot{\pi}(AB)} = \sum m_u^2 + \sum n_v^2$. Essendo invece $\gamma_{i_t} = \delta_{j_t}$, avremo $m_{i_t} + n_{j_t}$ termini uguali a $\gamma_{i_t}$, e quindi alla somma $m_{i_t}^2 + n_{j_t}^2$ dovremo sostituire il quadrato $(m_{i_t} + n_{j_t})^2$, ossia in sostanza dovremo aggiungere a quella somma il termine $2\, m_{i_t} n_{j_t}$. Allora per la $I_{\dot{\pi}(AB)}$ avremo l'espressione

$$I_{\dot{\pi}(AB)} = \frac{1}{(m+n)^2} \cdot \left( \sum_1^p m_u^2 + \sum_1^q n_v^2 + 2 \sum_1^h m_{i_t} n_{j_t} \right),$$

ossia

$$(15) \qquad I_{\dot{\pi}(AB)} = \frac{1}{(m+n)^2} \left( m^2 I_A + n^2 I_B + 2mn\, J_{AB} \right).$$

§ 10. - RICERCA DELLA I NEL PRODOTTO DISGIUNTIVO DI TRE O PIU' NUMERI POLIMORFI ASSEGNATI.

Osservando che i fenomeni di $\dot{\pi}(\overset{m}{A}\ \overset{n}{B}\ \overset{o}{C})$ sono i medesimi fenomeni di $\dot{\pi}\left[\dot{\pi}(\overset{m}{A}\ \overset{n}{B})\ \ \overset{o}{C}\right]$, possiamo scrivere

$$(16)\qquad I_{\dot{\pi}(ABC)} = \frac{1}{(m+n+o)^2}\left\{(m+n)^2 I_{\dot{\pi}(AB)} + o^2 I_C + 2(m+n)o\, J_{\dot{\pi}(AB),C}\right\}.$$

Ora, se $\gamma i_u = \varepsilon_{k_u}$, $\delta_{j_v} = \varepsilon_{\ell_v}$, la $\nu^2$ relativa a $J_{\dot{\pi}(AB),C}$ è data da

$$\sum m_{i_u} o_{k_u} + \sum n_{j_v} o_{\ell_v} = mo \cdot J_{AC} + no \cdot J_{BC},$$

e però

$$(17)\qquad J_{\dot{\pi}(AB),C} = \frac{1}{m+n}\,(m\, J_{AC} + n\, J_{BC}).$$

Sostituendo le (15) e (17) nella (16) e riducendo, otteniamo

$$(18)\qquad I_{\dot{\pi}(ABC)} = \frac{1}{(m+n+o)^2}\,(m^2 I_A + n^2 I_B + o^2 I_C + 2mn\, J_{AB} + 2mo\, J_{AC} + 2no\, J_{BC}).$$

NOTA. - Che la $J_{AB}$ non abbia alcuna influenza nella determinazione della $J_{\dot{\pi}(AB),C}$, ci si rende conto immediato osservando che se, essendo $\gamma_{i_u} = \varepsilon_{k_u}$, è ancora $\gamma_{i_u} = \delta_{j_v}$; in luogo della somma $m_{i_u} o_{k_u} + n_{j_v} o_{k_u}$ si dovrà porre, nel calcolo della $\nu^2$ relativa alla coppia $\left[\dot{\pi}(A\ B),\ C\right]$, la quantita' $(m_{i_u} + n_{j_v}) \cdot o_{k_u}$. Ma siffatta sostituzione lascia inalterata la $\nu^2$, epperò lascierà inalterata pure la $J_{\dot{\pi}(AB),C}$.

La I relativa al prodotto $\dot{\pi}\,(A_1\ A_2 \ldots A_M)$ si calcola in guisa perfettamente analoga a quel

la onde è stata calcolata la $I_{\pi(ABC)}$. Si trova

$$(19) \qquad I_{\pi(A_1 \dots A_M)} = \frac{1}{\left(\sum_1^M m_k\right)^2} \left( \sum_{k=1}^{M} m_k^2 I_{A_k} + 2 \sum_{k=1}^{M-1} m_k \sum_{\chi=k+1}^{M} m_\chi J_{A_k A_\chi} \right).$$

Si deduce, in particolare,

$$(20) \qquad I_{A^{(M)}} = I_A .$$

Torino, 23 Settembre 1946.

# E R R A T A .

Pag. 21 riga 13 : In luogo di

fenomrni

leggere

fenomeni .

Pag. 25 : Sostituire la riga 9 con :

Ora, se $\gamma_{i_u} = \varepsilon_{k_u}$, $\delta_{j_v} = \varepsilon_{l_v}$ (*), la $\nu^2$ relativa a

---

(*) La notazione $\varepsilon$ con indice significando uno dei valori distinti rappresentati dai fenomeni di C.

# - I N D I C E . -

§1.- Definizione di "numero polimorfo" come prodotto disgiuntivo di m numeri dati. . . . P.1
§2.- Differenza tra il concetto di numero polimorfo e il concetto di variabile numerica, e tra quel concetto ed il concetto di m-upla. . . . . " 4
§3.- "Penuguaglianza" di un numero polimorfo con sé stesso. . . . . " 6
§4.- Penuguaglianza di due numeri polimorfi tra loro. . . . . " 9
§5.- Alcuni esempî. . . . . "13
§6.- Un'osservazione relativa alla disugua - glianza. . . . . "14
§7.- Operazioni fondamentali.- Prodotto disgiuntivo di due o più numeri polimorfi. . "16
§8.- Ricerca della I nel numero polimorfo risultante da un'operazione di tipo ordinario tra numeri polimorfi dati. . . . . "20
§9.- Ricerca della I nel prodotto disgiuntivo di due numeri polimorfi assegnati. . . . "24
§10- Ricerca della I nel prodotto disgiuntivo di tre o più numeri polimorfi assegnati. "25

BIBLIOTECA DELLE FACOLTA' DI LETTERE E FILOSOFIA TORINO

*Finito di stampare nel Settembre 1946*